



TITLE:

格付けに応じてクーポンが変化する社債の評価法(不確実性の下での意思決定と数理モデル)

AUTHOR(S):

矢萩, 一樹; 宮崎, 浩一

---

CITATION:

矢萩, 一樹 ...[et al]. 格付けに応じてクーポンが変化する社債の評価法(不確実性の下での意思決定と数理モデル). 数理解析研究所講究録 2006, 1477: 55-63

ISSUE DATE:

2006-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/48264>

RIGHT:

## 格付けに応じてクーポンが変化する社債の評価法

電気通信大学大学院・電気通信学研究科

矢萩 一樹(Kazuki Yahagi), 宮崎 浩一(Koichi Miyazaki)

The Graduate School of Electro-Communications,

The University of Electro-Communications

### 1. はじめに

社債評価モデルの起源は古く, Merton(1974)に遡る. Merton モデルでは, 企業価値のダイナミックスを確率過程により表現したうえで, 負債の満期時点において企業価値が負債額を下回る状態をデフォルトと定義し, Black and Scholes(1973)のオプション評価式を用いて負債の価値を評価するものである. 今日では, このような社債評価のアプローチは構造モデルと呼ばれ, Merton(1974)を発展させたモデルとして, 社債のクーポンをコンパウンドオプションとして取り扱った Geske(1977), モデルの中の無リスク金利を確率過程に拡張した Longstaff and Schwartz(1995), 連続的なクーポンの支払いのために企業が連続的に一定量の社債を発行するようなモデル化を行った Leland and Toft(1996), Longstaff and Schwartz モデルに定常的な負債比率を導入した Collin-Dufresne and Goldstein(2001), 上記のモデル間の優劣に関する実証分析として Eom, Helwedge and Haung(2004)が挙げられる.

社債評価に関するもう一つのアプローチは比較的新しく, 倒産までの時間をハザード率によって表現するモデルであり, リデュースド型モデルと呼ばれている. リデュースド型モデルは数多く存在するが, 規範的なものとして Jarrow and Turnbull モデル(以下 JT モデル: 1995), Jarrow, Lando and Turnbull モデル(以下 JLT モデル: 1997), Duffie and Singleton モデル(以下 DS モデル: 1997, 1999, 2003)が挙げられる. これらのモデルの特徴は, JT モデルや JLT モデルが社債評価において無リスク金利プロセスと倒産までの時間が従うプロセスに独立性を仮定しているのに対し, DS モデルでは独立性の仮定はおかずに, 倒産時点の回収額を倒産時点直前の社債価値に依存する形とする仮定をおいていることである. これらのモデルの中で, 格付推移を明示的に利用して倒産までの時間をモデル化しているのは, JLT モデルである.

上記のように既存の社債評価モデルを概観すると, 社債の格付推移をベースにして社債評価モデルを提案しているのは, JLT モデルのみである. このため, 社債の格付けにリンクするような金融派生証券の評価には, JLT モデルが適している. 本論文の分析対象である格付リンククーポン社債は, 社債のクーポン支払い時点の格付けに依存してクーポンが変化するような社債である. M&A などにおける多額の資金調達を社債によって行う場合, 現時点においては高い格付けを誇る企業であったとしても将来時点における格下げが大いに懸念される. 格付リンククーポン社債は, 将来の格下げ時にはその時点の格付けに見合うクーポンを支払うことで信用力の低下から生じる投資家の損失を補うような仕組みとなっており, ある種の信用力に関するプロテクションを提供するものとなっている. 格付リンククーポン社債の評価ではなく, 金融機関等の第三者が対象となる社債の格下げに対するプロテクションの価値に関する評価法を提案したものに Aonuma(2001)がある. 本研究では, 格下げ時点において上記のプロテクションを提供するのは第三者ではなく, クーポン支払い額を増加させる当該社債発行企業そのものであり, クーポン支払いの増加による企業財務の悪化が将来のクーポン支払いの可能性を低下させる要因をモデル化する必要があり, Aonuma(2001)の手法を直接利用することはできない. そこで, 本研究では, 格付けの推移を明示的に取り扱うだけでなく企業財務の影響も考慮する必要がある. このような試みを

行った Bhanot(2003)の萌芽的なアイデアを、格付けリンククーポン社債の評価に利用できるように発展させるため、本論文では、JLT モデルのアナロジーを Merton モデルの枠組みで表現するようなモデルを提案する。

本論文の構成は、以下の通り。次節では、既存の社債モデルを参照したうえで本研究モデルを構築する方向性を示す。節 3 では、本研究モデルを提案したうえで、モデルのキャリブレーション手法について述べる。節 4 では数値実験に基づき提案モデルの特徴等を吟味する。最終節では、まとめと結語を付す。

## 2. 既存の社債評価モデルと改良の必要性

### 2.1. Merton モデル(1974)

Mertonモデルは、企業のバランシートの構造を明示的に取り上げて倒産のモデル化を行うものである。企業価値は株式1単位と割引債1単位の合計に等しいものとし、満期時点において企業価値が社債の額面を下回る状態を倒産と定義して、割引社債の評価を行う。企業価値は、リスク中立測度の下で以下の確率過程に従うと仮定する。

$$dV_t = rV_t dt + \sigma V_t d\tilde{W}_t. \quad (1)$$

ここで、 $r$ は無リスク金利、 $\sigma$ は企業価値のボラティリティ、 $\tilde{W}_t$ はリスク中立測度の下での標準ブラウン運動を示す。満期  $T$  において、社債のペイオフである  $\min(V_T, B)$  (ここで、 $B$  は社債の額面) に関して、リスク中立測度の下で期待値計算を行い、最終的にその値を現在価値に割り引くことで求められる。よって、その評価に際しては、Black-Scholes 公式を利用することができる。

### 2.2. JT モデル(1995)と JLT モデル(1997)

#### 2.2.1. JT モデル

JTモデルでは、適切な確率空間の設定の下で、無リスク金利のプロセスと、倒産までの時間が従うプロセスが独立と仮定し、額面1の割引社債の評価を次式で与えている。

$$F(t, T) = p(t, T) (\delta + (1 - \delta) \tilde{Q}_t(\tau^* > T)) \quad (2)$$

ただし、 $p(t, T)$ は無リスク割引債券の価値を表し、 $\tilde{Q}_t(\tau^* > T)$ はリスク中立確率の下で倒産が社債の満期  $T$  以降に起こる確率を表す。 $\tilde{Q}_t(\tau^* > T)$ に関して、倒産する、或は、しないの二者択一を与えている。次の JLT モデルでは、評価の枠組みは JT モデルを踏襲しつつも、企業の信用力、具体的には、社債の格付推移確率を明示的に利用した社債の評価法を提案している。

#### 2.2.2. JLT モデル

ここでは、離散形の枠組みで JLT モデルを紹介する。JLT モデルでは、企業の信用状態を状態空間  $S = \{1, \dots, K\}$  で表し、状態1は最高の格付け、以後順次一つ低い信用状態を表現し、最後の状態  $K$  を倒産とする。ここで、斉次性を持つ単位時間当たりのエンピリカルな格付推移行列を、

$$Q = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & \cdots & q_{1,K} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & \cdots & q_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{K-1,1} & q_{K-1,2} & \cdots & q_{K-1,K} \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

で与える。ただし、 $q_{i,j}$ は単位期間において企業の信用状態が  $i$  から  $j$  へ推移する確率であり全ての  $i, j$  において  $q_{i,j} \geq 0$ 、 $q_{i,j}(t, t+1) = 1 - \sum_{j=1}^K q_{i,j}(t, t+1)$  となる。式(3)における最後の行は倒産の信用状態が吸収状態であることを示している。また、斉次性から、 $n$  期間の推移確率行列は1期間の推移確率行列を  $n$  乗したものに等しく  $Q_{0,n}$  となる。次に、市場が完備であり、無裁定条件を満足する等の仮定の下、同値なマルチンゲール測度による時刻  $t$  から時刻  $t+1$  のリスク中立確率は、

$$\tilde{Q}_{i,t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{q}_{1,1}(t,t+1) & \tilde{q}_{1,2}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{1,K}(t,t+1) \\ \tilde{q}_{2,1}(t,t+1) & \tilde{q}_{2,2}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{2,K}(t,t+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{q}_{K-1,1}(t,t+1) & \tilde{q}_{K-1,2}(t,t+1) & \cdots & \tilde{q}_{K-1,K}(t,t+1) \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。ただし、全ての $i,j$ において、 $\tilde{q}_{i,j}(t,t+1) \geq 0$ 、 $\tilde{q}_{i,i}(t,t+1) \equiv 1 - \sum_{j \neq i}^K \tilde{q}_{i,j}(t,t+1)$ となる。このとき、リスク中立確率に次の制約を与え、リスクプレミアム $\pi_i(t)$ で調節している。

$$\tilde{q}_{i,j}(t,t+1) = \pi_i(t) q_{i,j} \quad (5)$$

$\pi_i(t)$ は全ての $i,j, i \neq j$ に対して $\tilde{q}_{i,j}(t,t+1) \geq 0$ 及び全ての信用状態 $i$ に関して $\sum_{j \neq i}^K \tilde{q}_{i,j}(t,t+1) \leq 1$ を満たすような時点 $t$ と信用状態 $i$ に依存する確定値である。式(5)を行列表示すると、

$$\tilde{Q}_{i,t+1} - I = \Pi(t)[Q - I] \quad (6)$$

となる。ここで、 $I$ は $K \times K$ の単位行列、 $\Pi(t) = \text{diag}(\pi_1(t), \dots, \pi_{K-1}(t), 1)$ 、全ての $i,j$ において $\pi_i(t) > 0$ である。また、 $\tilde{q}_{i,j}(0,n)$ を時刻0で信用状態 $i$ である企業が $n$ 期間後の時刻 $n$ に信用状態 $j$ へと推移する確率と定義すると、 $\tilde{q}_{i,j}(0,n)$ は、 $\tilde{Q}_{0,n} = \tilde{Q}_{0,1} \tilde{Q}_{1,2} \cdots \tilde{Q}_{n-1,n}$ の $(i,j)$ 成分として表現される。

JLTモデルではリスク中立推移確率行列 $\tilde{Q}$ の下で、時刻 $t$ において信用状態 $i$ である企業( $\eta_t = i$ )が時刻 $T$ において倒産していない確率 $\tilde{Q}_i(\tau^* > T)$  (ここで $\tau^* = \inf\{s \geq t : \eta_s = K\}$ )は、

$$\tilde{Q}_i(\tau^* > T) = \sum_{j \neq K} \tilde{q}_{i,j}(t, T) = 1 - \tilde{q}_{i,K}(t, T) \quad (7)$$

となる。よって、JTモデルの社債評価式(2)の $\tilde{Q}_i(\tau^* > T)$ に対し、式(7)の $\tilde{Q}_i(\tau^* > T)$ を代入することで、時刻 $t$ で格付けが $i$ の企業が発行する満期 $T$ の社債の価値 $F^i(t, T)$ を次式の様に評価できる。

$$F^i(t, T) = p(t, T) \left( \delta + (1 - \delta) \tilde{Q}_i(\tau^* > T) \right) \quad (8)$$

### 2.3. MertonモデルとJLTモデルの対比及び本研究モデルを構築する方向性

まず、本研究の目的である格付に応じてクーポンが変化する社債の評価法を提案するという立場から、Mertonモデルの特徴を把握し、本研究モデルを構築する方向性について述べる。

#### Mertonモデルの特徴

利点：企業のバランスシートの構造を明示的に取り上げて倒産のモデル化を行うため、財務上の影響をモデルに組み込むのが容易である。

欠点：1. 格付けを明示的に取り扱うことができない。

2. 無リスク金利 $r$ と社債の満期 $T$ を除くと、本質的なパラメータが、企業価値プロセスのボラティリティ $\sigma$ 、初期時刻の企業価値の $V_0$ 、社債の額面 $B$ の僅かに3つであり、満期に応じたクレジットスプレッドを柔軟に表現するにはパラメータ数が少なすぎる。

3. 状態推移確率を生み出す要素は、推移前の信用状態に依存せずに一定の値 $\sigma$ である。

4. クーポン社債の評価を行う場合には、クーポン支払いの時点毎に、デフォルトの有無を評価しなければならず、煩雑である。

5. 無リスク金利期間構造を容易にモデルに組み込むことができない。

欠点：企業のバランスシートの構造は考慮せず、倒産のモデル化を過去の格付推移に基づいて行っているため、財務上の影響をモデルに組み込むことが困難である。

これらMertonモデルの欠点に関してJLTモデルでは全て評価に組み入れることができるが、利点については考慮することができない。本研究モデルの目的は、格付に応じてクーポンが変化する社債の評価法の提案である。ゆえに、財務上の影響を考慮に入れたうえで、格付に応じてクーポンが変化する社債の評価が必要となる。そこで、JLTモデルと比較して、数多くの欠点があることは承知しつつも、財務を取り扱うことができるMertonモデルを本研究モデル構築の出発点とした。

### 3. 本研究モデル

#### 3.1. 本研究モデル

本研究モデルを構築する際に Merton モデルの欠点に対してどのような工夫を行ったかについて述べる。

##### (1) 欠点1に関して

JLT モデルにおいて用意された格付けに関する状態空間  $S = \{1, \dots, k\}$  の代替物として、 $k$  個の格付けに対応する閾値  $V^{*(i)}$ ,  $i=1, \dots, k-1$  を設定した。  $k-1$  番目の閾値  $V^{*(k)}$  は、割引債の場合、満期時点のみ社債の額面  $B$  に等しくなるが、クーポン債については企業の格付けが  $i$ ,  $i=1, \dots, k-1$  の場合、クーポン支払い時点ではクーポン額  $c^{(k-1)}$  に等しく、満期時点では（社債の額面  $B$  + クーポン額  $c^{(k-1)}$ ）に等しくなる。

##### (2) 欠点2, 欠点3に関して

企業価値プロセスのボラティリティーに  $\sigma$  に関しては、格付け毎の柔軟な表現が可能になるように  $\sigma^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, k-1$  とした。ただし、 $i=k$  の場合には倒産を表し、企業価値の変動が停止するため省略した。また、初期時刻の企業価値  $V_0$  に関しても、格付け毎の柔軟な表現が可能になるように  $V_0^i$ ,  $i=1, \dots, k-1$  とした。

##### (3) 欠点4に関して

本研究モデルでは、モンテカルロ・シミュレーションを用い、上記の煩雑さに対応した。

上記の(1)~(3)を踏まえて、リスク中立確率の下での企業価値プロセスを次に表現する。

$$\begin{aligned} \text{クーポン支払い時点以外:} \quad & dV_t^i = rV_t^i dt + \sigma^{(i)} V_t^i dW_t : V_t^i > V^{*(1)} \\ & dV_t^i = rV_t^i dt + \sigma^{(j)} V_t^i dW_t : V^{*(j-1)} > V_t^i > V^{*(j)} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{クーポン支払い時点 } t_i: \quad V_{t_i}^i = V_{t_i-}^i - c^{(j)} : V^{*(j-1)} > V_{t_i-}^i > V^{*(j)} \quad (10)$$

ここで、 $V_{t_i-}^i$  は、社債発行時点において信用状態が  $i$  であった企業のクーポン支払い時点  $t_i$  直前における企業価値を、 $c^{(j)}$  は、社債発行時点で格付けが  $j$  であった社債のクーポンを表す。

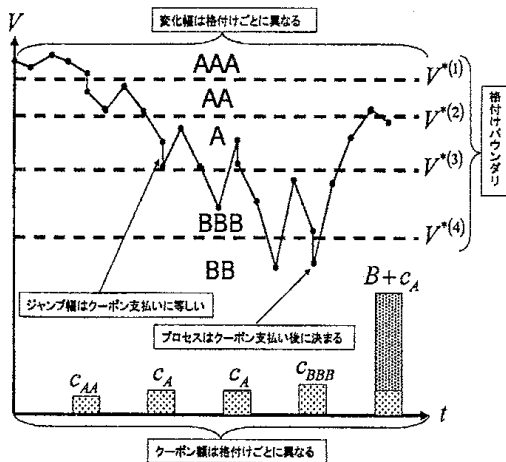


図1: 企業価値のサンプルパス(倒産しない場合)

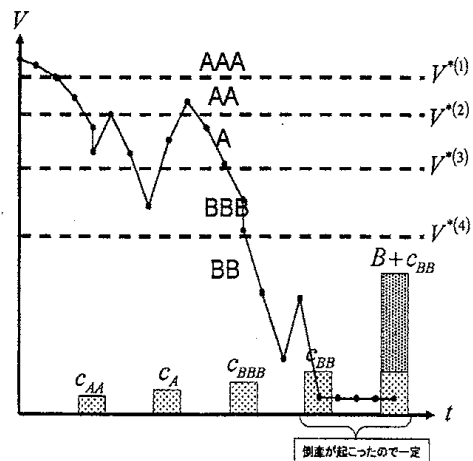


図2: 企業価値のサンプルパス(倒産する場合)

図1, 図2に2つのパスを取り上げて模式的に示した。図1には倒産が発生しない場合、図2には倒産が発生する場合を示した。図1, 2から、企業価値が格付けの閾値を超えるとボラティリティーが異なる、クーポン支払い時点における格付けに対応して支払われるクーポンが異なるようなモデル化となっていることが分かる。

### 3.2. モンテカルロ・シミュレーションに基づく社債の評価手順

Step1: 初期時点の企業価値から上記のプロセスに基づいて企業価値のサンプルパスを発生させる。  
 Step2: サンプルパス毎に得られるキャッシュフロー（クーポン部分+額面部分）を求める。  
 Step3: Step2 において得られたキャッシュフローを社債満期まで無リスク金利で運用した値の期待値を取り、現在価値に割り引く。

### 3.3. 本モデルに用いるパラメータ

#### 3.3.1. 外生的に与えるパラメータ

外生的に与えるパラメータは、格付け毎に与えられる企業価値のボラティリティー  $\sigma^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, K-1$  と社債の額面  $B$  であり、前者は先に述べたように、JLT モデルでは統計測度の下での格付推移確率行列  $Q$  に対応する。

#### 3.3.2. 推定すべきパラメータ

推定すべきパラメータは、初期時刻の企業価値  $V_0^i$ ,  $i=1, \dots, K-1$  及び倒産状態を除く  $K-2$  個の格付けに対応する閾値  $V^{*(i)}$ ,  $i=1, \dots, K-2$  の合計  $2K-3$  個である。ここでは、モデルのキャリブレーション手法の簡便性のため、倒産状態を除く  $K-1$  個の格付けに対応する閾値  $V^{*(i)}$ ,  $i=1, \dots, K-2$  を初期時刻の企業価値  $V_0^i$ ,  $i=1, \dots, K-1$  を用いて、 $V^{*(i)} = (V_0^i + V_0^{i+1})/2$ ,  $i=1, \dots, K-2$  と制約する。よって推定すべきパラメータは、初期時刻の企業価値  $V_0^i$ ,  $i=1, \dots, K-1$ , つまり、 $K-1$  個である。

### 3.4. キャリブレーション手法

満期  $T$  の各格付けのクーポン社債（合計  $K-1$  個ある）の価格と節 3.1 で示した本研究モデル価格が一致する様な、満期  $T$  に対応する初期時刻の企業価値  $V_0^i$ （合計  $K-1$  個ある）を数値探索により求める。市場で観測されるクーポン社債としては、価格が額面に等しいパー社債を利用するため、そのクーポンは利回りに等しいものとする。勿論、キャリブレーションを行うにあたって節 3.1 で示した本研究モデル価格を用いる際には、デフォルトが生じないかぎり得られるクーポンは初期時刻において市場で観測されるクーポンに設定される。但し、企業価値プロセスのボラティリティーに関しては、節 3.1 で示した通り、企業価値が閾値を超える際には適宜対応するボラティリティー水準に変更されるものとする。

## 4. 数値実験

### 4.1. 格付に応じてクーポンが変化する社債とその評価手法

本研究で取扱う格付に応じてクーポンが変化する社債の設定に関する注意点は次の 2 点である。

- クーポン支払い日の格付けに応じて、当該社債の発行時点におけるその格付けに対応する社債のクーポンが支払われる。よって、クーポン支払い日の格付けは確率的にしかわからないが、各格付けに対応して支払われるクーポンは社債発行時点において既知である。
- クーポン支払い時点においてデフォルトが生じる場合には、その時点における企業価値が社債の満期に支払われるものとする。これは、JLT モデルの前提に同じである。

数値実験では、上記の社債を次の 3 通りの評価法を用いて評価する。

- (1) JLT モデル:各支払い時点にクーポンを格付けに応じて異なるものに変更した評価法である。
- (2) モデル A:本研究モデルそのものである。
- (3) モデル B:格付けの変更に応じたクーポンの支払いを行っても、企業価値の低下幅は当初のクーポンに留めるものである。JLT モデルとの比較検討のために、クーポンの支払額が当初の支払額から変化しても当初予定されていたクーポン額しか企業価値が低下しない設定とした。

表1 格付推移行列

	AAA	AA	A	BBB	BB	D
AAA	86.8%	11.9%	0.00%	0.00%	0.77%	0.50%
AA	0.06%	90.3%	6.94%	0.06%	2.11%	0.50%
A	0.00%	0.85%	90.5%	5.04%	3.14%	0.50%
BBB	0.00%	0.00%	2.77%	85.6%	10.7%	1.00%
BB	0.00%	0.00%	0.00%	4.46%	92.4%	3.10%
D	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100%

表2 ボラティリティーの設定値

	AAA	AA	A	BBB	BB
スティーブ	5%	10%	20%	25%	35%
フラット	20%	20%	20%	20%	20%

表3 クレジットスプレッドの設定値

	AAA	AA	A	BBB	BB
スティーブ	0.18%	0.44%	0.92%	1.85%	4.69%
フラット	0.16%	0.26%	0.46%	1.12%	2.05%

表4 実験の組み合わせ (クレジットスプレッドがフラットの場合)

	ボラティリティー(フラット)	ボラティリティー(スティーブ)
スポットレート(1.21%)	Case1	Case2
スポットレート(3.21%)	Case3	Case4

表5 実験の組み合わせ (クレジットスプレッドがスティーブの場合)

	ボラティリティー(フラット)	ボラティリティー(スティーブ)
スポットレート(1.21%)	Case5	Case6
スポットレート(3.21%)	Case7	Case8

#### 4.2. 数値実験で用いるデータや初期設定

企業の信用状態を表す格付けは AAA, AA, A, BBB, BB, D の 6 通り、評価対象となる社債の年限は 5 年、無リスク金利の期間構造は平坦として 1.21%, 3.21% の 2 通りについて検証した。また、評価対象社債の額面は 70 円とし、クーポンは社債発行時点における対応する格付けの 5 年利回りに等しいものとする。

統計測度の下での推移確率行列  $Q$  としては、表 1 に示すものを用いた。これは、R&I 社が公表する 1994 年から 2004 年までの 1 年ごとの格付推移確率行列に基づき作成した。BB 格以下(但し、倒産状態は除く)に推移する確率は全て BB 格へと集約した。実際にリスクプレミアム  $\Pi(t)$  を推定する際のテクニカルな手法は JLT(1997)に準じた。

また、格付けに対応する企業価値プロセスのボラティリティーとクレジットスプレッドとして、それぞれ、表 2、表 3 に示すように 2 通りずつ設定する。数値実験は、表 4、表 5 にまとめたように計 8 通りの初期設定の組み合わせで行う。

#### 4.3. 数値実験結果とその考察

格付けリンククーポン社債を JLT モデル、モデル A、モデル B の 3 通りによって評価した価格、普通社債の価格(全ての格付けの社債でパーを仮定している: 70 円)の 4 通りを前節において定めた Case1~Case8 の場合に対応して、それぞれ、図 3~図 10 に示した。

##### (1) 分析結果から全般的に読み取れること

- 格付けリンククーポン社債の価値は、発行時点における普通社債の格付けが高い(AAA, AA, A) 場合に、当該普通社債の価値を上回り、逆に、発行時点における普通社債の格付けが低い(BBB, BB) 場合に、当該普通社債の価値を下回る傾向にある。
- JLT モデルによる評価値とモデル A, B による評価値を相対的に比較すると、JLT モデルの評価値は格付けの高い場合には低く、格付けの低い場合には高くなる傾向が見られる。

第 1 点目の傾向がみられる理由は、高格付け社債に関しては格付けが低下することにより得られるクーポンが増加する影響の方が、クーポンを多く支払うことから生じる信用力の低下を上回るのに対して、低格付け社債に関しては格付けが上昇することによりクーポンが減少する影響の方が、クーポン支払いが少なくて済むことから生じる信用力の上昇を下回るからである。

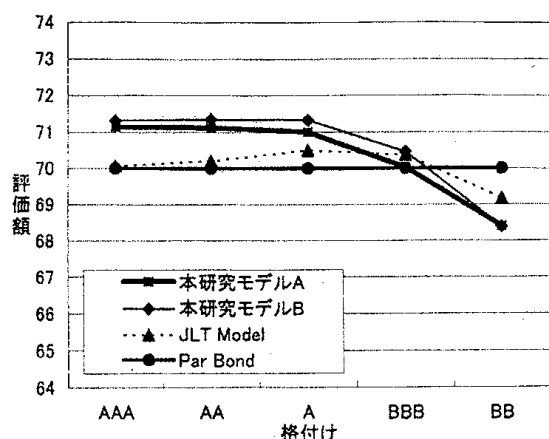


図 3 : Case1 の結果

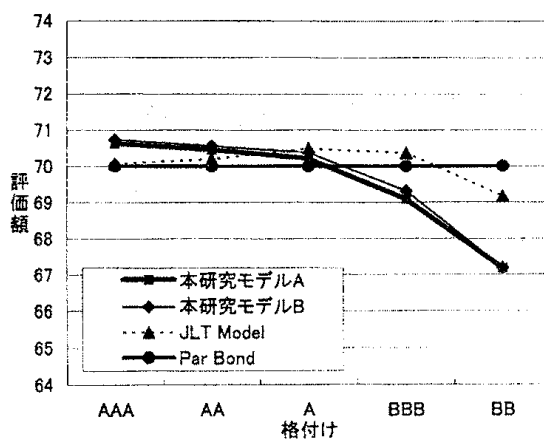


図 4 : Case2 の結果

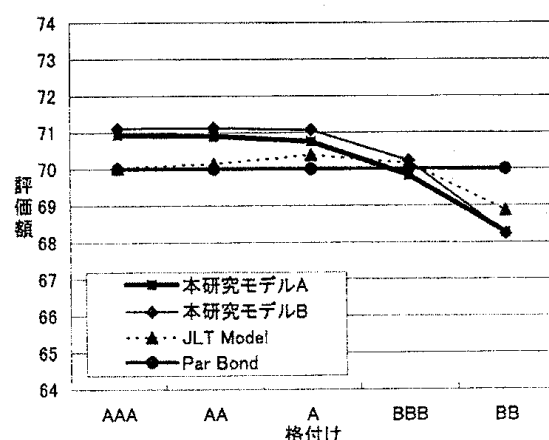


図 5 : Case3 の結果

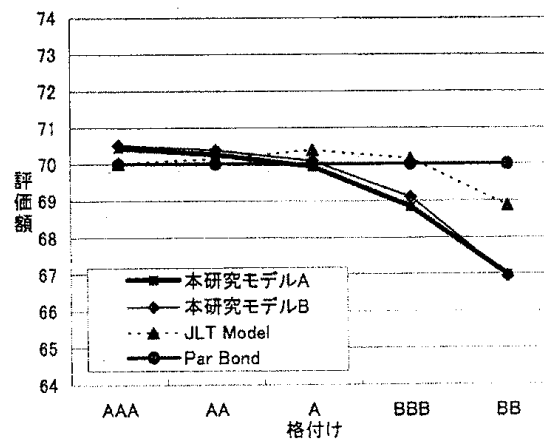


図 6 : Case4 の結果

第 2 点目の傾向がみられる理由は、JLT モデルでは支払われるクーポンの変更が何ら格付推移確率に与える影響が無いのに対して、モデル A, B では支払いクーポンが増加すると倒産確率は上昇するがその程度は格付けが低い社債の場合に大きく現れるためである。

(2) クレジットスプレッドの大きさに関する影響 (Case1~Case4 と Case5~Case8 との比較)

- (1)の第 1 点目において確認された傾向は、クレジットスプレッドが大きくクレジットカーブがスティープである方が、クレジットスプレッドが小さくクレジットカーブがフラットであるよりも顕著に現れる。

(1)の第 1 点目に関する理由を踏まえると、ここでの指摘は、その当然の帰結といえる。

(3) 企業価値プロセスのボラティリティーに関する影響 (Case5 と Case6 との比較)

- ボラティリティーが格付けによらず一定 (20%) の場合の方が、格付けが低くなるにつれてボラティリティーが高くなる (格付け順に、5%, 10%, 20%, 25%, 35%) 場合よりも全ての格付けにおいて、モデル A, モデル B のモデルにかかわらず格付けリンククーポン社債の価値は相対的に大きくなる。
- ボラティリティーが格付けによらず一定 (20%) の場合の方が、格付けが低くなるにつれてボラティリティーが高くなる (格付け順に、5%, 10%, 20%, 25%, 35%) 場合よりも、モデル A による評価とモデル B による評価の乖離が大きくなる。

ここで示した結果も、(1)の理由付けを用いて説明される。ボラティリティーが格付けによらず一定 (20%) の場合には、格付けが低くなるにつれてボラティリティーが高くなる (格付け順に、5%, 10%, 20%, 25%, 35%) 場合と比較すると、高格付け社債に関してはボラティリティーが高



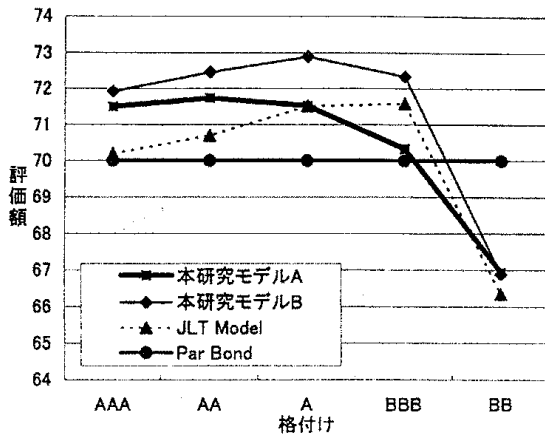


図 7 : Case5 の結果

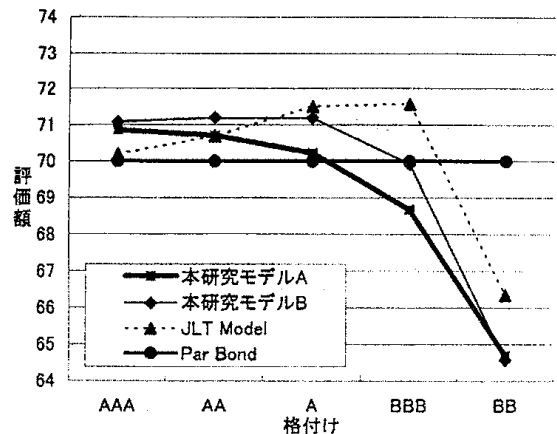


図 8 : Case6 の結果

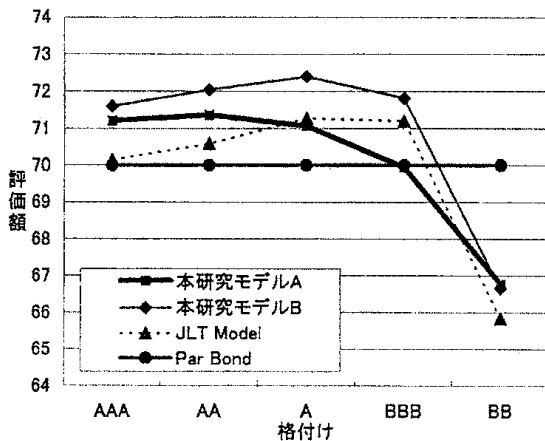


図 9 : Case7 の結果

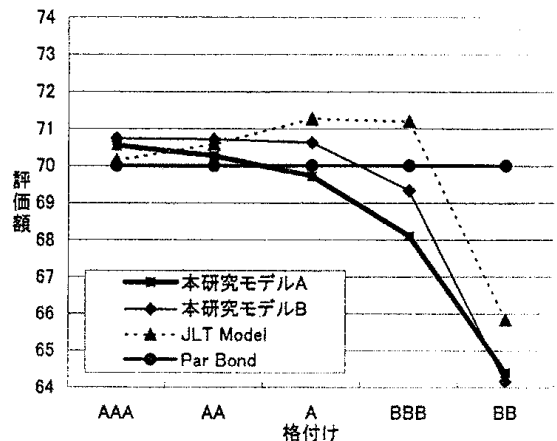


図 10 : Case8 の結果

く、逆に、低格付け社債に関してはボラティリティーが低い。これは、高格付け社債に関しては格付けの低下によるクーポンの増加の可能性が高くなること、また、逆に、低格付け社債に関しては倒産確率が低くなることを意味し、第1点目の結果を得る。

第2点目に指摘したことは、モデルAによる評価とモデルBによる評価の乖離に関することである。モデルAでは、例えば格付けA, BBBにおいて、格付けの低下によりクーポンが増加しても、その増加幅に見合うクーポン支払いの増加から企業価値が低下するため信用力の低下を招き、格付けリンククーポン社債の価値はそれほど増加しない。これに対してモデルBでは格付けの低下によりクーポンが増加した場合でも、クーポン支払いによる企業価値の低下は当初のクーポン分に留まるため格付けリンククーポン社債の価値は大きく増加する。よって、モデルAによる評価とモデルBによる評価の乖離は、概ね、当初のクーポンの大きさと格付けが変化した場合に支払われるクーポンの大きさと乖離幅及び格付けが変化する確率との2つから生じる。Case5とCase6を比較すると、前者のインパクトは同じであるが、第1点目において指摘した理由から後者のインパクトに関しては、ボラティリティーが格付けによらず一定の場合の方が、格付けが低くなるにつれてボラティリティーが高くなる場合よりも大きくなることから、第2点目の結果が得られる理由である。

#### (4) 無リスク金利の水準に関する影響

- 全ての格付けに関して、無リスク金利の水準が高い場合の方が、低い場合よりも格付けリンククーポン社債の価値は小さくなる。

格付けが変化することによるクーポンの変動は、全てクレジットスプレッド部分から生じるものであり、無リスク金利の水準には何ら影響されない。無リスク金利の水準が格付けリンククーポン社債の評価への影響は、割引率としての影響である。無リスク金利の水準が高い場合には低い場合と比べて割引率が大きくなるために、格付けの低下によりクーポンが増加するときに、その格付けリンククーポン社債の価値に与えるインパクトが小さくなるからである。

## 5. まとめと結語

本論文では、格付け推移を明示的にモデル化に組み込んだ JLT モデルの類似を踏まえて、構造モデルのアプローチに基づく格付リンククーポン社債の評価モデルを提案した。提案モデルでは、格付け低下によるクーポン支払いの増加が企業財務の悪化をもたらし、将来のクーポン支払いの可能性を低下させるような影響も捉えることが可能となった。

数値実験からは、期待通り上記の影響が確認された。実務上、何らかの意味で参考になる点としては、JLT モデルの枠組みで格付リンククーポン社債の評価を行うと、本研究モデルと比較して、格付けの高い場合には割安に評価する傾向にあるのに対して、格付けの低い場合には割高に評価する傾向が見られることである。

## 参考文献

- [1] Aonuma, K., "An Evaluation Model for Downgrade Protection.," *Japan J. Indust. Appl. Math.*, 18, pp. 627-646 (2001).
- [2] Bhanot, K. "Pricing Corporate Bonds with Rating-Based Covenants.," *The Journal of Fixed Income*, March, pp. 57-64 (2003).
- [3] Collin-Dufresne, P., and Goldstein, R., "Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios?," *Journal of Finance*, 56, pp. 1929-1957 (2001).
- [4] Duffie, D. and Singleton, K., "An Econometric Model of the Term Structure of Interest-Rate Swap Yields," *Journal of Finance*, 52, pp. 1287-1321 (1997).
- [5] Duffie, D. and Singleton, K., "Modeling Term Structures of Defaultable Bonds." *Review of Financial Studies*, 12, pp. 687-720 (1999).
- [6] Duffie, D. and Singleton, K., *Credit Risk*, Princeton, Princeton University Press (2003).
- [7] Eom, Y., Helwege, J. and Huang, J., "Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis," *Review of Financial Studies*, 17, pp. 499-544 (2004).
- [8] Geske, R., "The Valuation of Corporate Liabilities as Compound options." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12, pp. 541-552 (1977).
- [9] Jarrow, R., Lando, D. and Turnbull, S., "A Markov Chain Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads." *Review of Financial Studies*, 10(2), pp. 481-523 (1997).
- [10] Jarrow, R., and Turnbull, S., "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk." *Journal of Finance*, 50, pp. 53-85 (1995).
- [11] Leland, H. and Toft, K., "Optional Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads." *Journal of Finance*, 51, pp. 987-1019 (1996).
- [12] Longstaff, F. and Schwartz, E., "Valuing Risky Debt: A New Approach." *Journal of Finance*, 50, pp. 789-820 (1995).
- [13] Merton, R., "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates." *Journal of Finance*, 29, 449-470 (1974).